

ПРОГРАМА
комплексного кваліфікаційного іспиту
для здобувачів ОПП «Середня освіта. Математика»
спеціальності 014 Середня освіта (Математика)

Частина І. Студент повинен активно володіти поняттями (знати означення понять, наводити приклади, формулювати теореми та наслідки з них, знати формули, будувати графіки, діаграми, рисунки і т.п.):

1. Математичний аналіз

- Поняття границі послідовності: числової послідовності, послідовності функцій (поточної та рівномірної), послідовності елементів метричного простору.
- Неперервні та рівномірно неперервні функції. Точки розриву.
- Похідна та диференціал функцій однієї та кількох змінних.
- Формула Тейлора. Основні розклади.
- Інтеграл Рімана, умови його існування. Формули Ньютона-Лейбніца.
- Числові та функціональні ряди. Ознаки збіжності. Абсолютна збіжність. Рівномірна збіжність.
- Ряди Фур'є. Умови розкладу функцій в ряд Фур'є.

2. Функціональний аналіз

- Поняття метричного простору: повнота, сепарабельність.
- Лінійні нормовані простори, їх властивості.

3. Комплексний аналіз

- Елементарні функції комплексної змінної. Конформні відображення.
- Розклад аналітичних функцій у степеневий ряд. Ряд Лорана.
- Обчислення інтегралів за допомогою лишків.

4. Лінійна алгебра

- Системи лінійних рівнянь, методи їх розв'язування. Критерій сумісності.
- Многочлени від однієї змінної. Корені многочлена. Теорема Безу та теорема Вієта. Раціональні корені многочлена з цілими коефіцієнтами.

- Квадратичні форми. Критерій Сильвестра додатної визначеності квадратичної форми.
- Лінійні оператори у векторному просторі. Власні значення та власні вектори лінійного оператора.

5. Алгебра і теорія чисел

- Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне цілих чисел. Канонічний розклад натурального числа на прості множники. Обчислення значень числових функцій $\tau(n)$, $\sigma(n)$ та $\varphi(n)$.
- Конгруенції в кільці цілих чисел. Теорема Ейлера і Ферма.
- Лінійні конгруенції з одним невідомим. Методи розв'язування лінійних конгруенцій.
- Групи, підгрупи. Ізоморфізми груп. Теорема Лагранжа про порядок підгрупи.
- Кільця і поля. Властивості та приклади кілець та полів.

6. Аналітична геометрія

- Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів: означення, властивості, застосування.
- Пряма на площині. Різні види рівнянь прямої в афінній та прямокутній декартовій системах координат. Взаємне розміщення двох прямих на площині.
- Криві другого порядку (еліпс, гіпербола, парабола): означення, канонічні рівняння, властивості.
- Пряма у просторі: різні види рівнянь, взаємне розміщення двох прямих у просторі.
- Площина у просторі: різні види рівнянь площини; розміщення площини відносно системи координат; взаємне розміщення двох площин.
- Взаємне розміщення прямої і площини у просторі. Кут між прямою і площиною.
- Поверхні другого порядку (еліпсоїд, гіперболоїди, параболоїди), їх означення, канонічні рівняння та властивості.

7. Диференціальна геометрія

- Криві у просторі. Супровідний тригранник. Формули Френе. Кривина і скрут – основні інваріанти кривої.

- Поверхні, різні способи аналітичного задання. Перша квадратична форма поверхні. Довжина дуги кривої на поверхні, кут між лініями, площа області на поверхні.
- Друга квадратична форма поверхні. Інваріанти лінії на поверхні: асимптотичні лінії, лінії кривини, спряжені сітки, геодезичні лінії.
- Друга квадратична форма поверхні. Основні інваріанти поверхні. Нормальна кривина. Теорема Меньє. Індикатриса Дюпена, головні кривини.

8. Диференціальні рівняння

- Основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь.
- Основні типи інтегрованих рівнянь.
- Лінійні однорідні та неоднорідні рівняння n -ого порядку. Метод варіації сталих розв'язування таких рівнянь.
- Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь першого порядку та їх інтегрування.

9. Теорія ймовірності та математична статистика

- Аксиоми теорії ймовірності. Ймовірнісні моделі. Теореми додавання і множення.
- Випадкові величини, функція розподілу. Основні розподіли.
- Числові характеристики випадкових величин.
- Статистичний розподіл. Оцінки параметрів розподілу.
- Перевірка статистичних гіпотез.
- Ланцюги Маркова.

10. Обчислювальні методи

- Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Залишковий член формули інтерполяції.
- Квадратурні формули трапецій та Симпсона, їх залишкові члени.
- Наближені методи розв'язування нелінійних рівнянь з однією невідомою.

11. Дискретна математика

- Поняття множини і підмножини. Способи задання множин. Операції над множинами та їх властивості. Принцип двоїстості.

- Відповідності між множинами. Способи задання, операції над відповідностями. Відношення еквівалентності.
- Поняття графа. Задання графів. Зв'язність, компоненти зв'язності. Пошук оптимальних маршрутів у графах.

Частина II. Студент повинен вільно формулювати і доводити твердження, виводити формули, обґрунтовувати виклад теоретичних положень:

1. Математичний аналіз

- Властивості збіжних послідовностей.
- Властивості функцій, неперервних на сегменті.
- Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші.
- Ознака Лейбніца збіжності знакопозначеного ряду.
- Властивості суми функціонального ряду: неперервність, інтегровність, диференційовність.
- Теорема Банаха про стискуючі відображення.
- Необхідні та достатні умови диференційовності функцій кількох змінних.
- Формула заміни змінних у кратному інтегралі.
- Достатні умови збіжності ряду Фур'є в точці.

2. Функціональний аналіз

- Повні метричні простори. Теорема про вкладені кулі.
- Характеристична властивість евклідових просторів.
- Теорема Хана-Банаха про продовження лінійного функціонала.

3. Комплексний аналіз

- Умова диференційовності функції комплексної змінної.
- Інтегральна теорема Коші.
- Інтегральна формула Коші.

4. Лінійна алгебра

- Теорема Кронекера-Капеллі.
- Теорема Безу та теорема Вієта.
- Критерій Сильвестра додатної визначеності квадратичних форм.
- Властивості власних векторів.

5. Алгебра і теорія чисел

- Теорема Ейлера і Ферма.
- Теорема про розв'язки лінійних конгруенцій.
- Теорема Лагранжа про порядок підгрупи.
- Формули для обчислення значень числових функцій $\tau(n)$, $\sigma(n)$.
- Основні властивості кілець та полів.

6. Аналітична геометрія

- Властивості скалярного добутку векторів.
- Властивості векторного добутку векторів.
- Теорема про геометричний зміст мішаного добутку векторів.
- Теорема про розклад вектора за базисними векторами.
- Взаємне розміщення двох прямих на площині.
- Рівняння та властивості кривих другого порядку (еліпс, гіпербола, парабола).
- Взаємне розміщення двох прямих у просторі.
- Взаємне розміщення двох площин у просторі.

7. Диференціальна геометрія

- Формули Френе. Кривина та скрут кривої.
- Перша квадратична форма поверхні. Довжина дуги кривої, кут між лініями на поверхні, площа області.
- Друга квадратична форма поверхні. Повна і середня кривини поверхні.

8. Диференціальні рівняння

- Теорема Пікара для диференціального рівняння першого порядку.
- Теорема про існування фундаментальної системи розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння n -ого порядку.
- Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння n -ого порядку.

9. Теорія ймовірності та математична статистика

- Формула повної ймовірності та формула Байєса.
- Формула Бернуллі. Граничні теореми в біноміальній схемі.

- Властивості математичного сподівання і дисперсії випадкової величини.
- Класичні форми закону великих чисел.
- Властивості точкових оцінок параметрів розподілу.
- Критерій згоди Пірсона про вид розподілу.
- Ергодична теорема Маркова.

10. Дискретна математика

- Теорема Кантора про потужність множини всіх підмножин даної множини.
- Біноміальні коефіцієнти та їх властивості.

Частина III. Методика навчання математики

- Предмет методики навчання математики. Мета і завдання викладання математики в сучасній школі.
- Основні методологічні підходи до навчання математики. Компетентнісний підхід у математичній освіті. Діяльнісний та особисто-орієнтований підходи до навчання математики.
- Методи навчання математики. Їх класифікація та порівняльна характеристика.
- Форми організації навчальної діяльності учнів при вивченні математики. Урок математики, його специфіка і структура. Вимоги до сучасного уроку математики в основній школі.
- Засоби навчання математики. Підручники та навчальні посібники з математики. Методи і форми роботи з підручником. Інформаційні технології у навчанні математики.
- Позакласна робота і факультативні заняття з математики. Форми і методика позакласної роботи.
- Контроль і оцінювання навчальних досягнень учнів з математики. Види, методи, форми організації контролю у навчанні математики.
- Математичні поняття та їх походження. Зміст і обсяг поняття. Означення. Види означень. Навести особливості методики формування трьох основних видів понять.

- Методика навчання учнів доведенню математичних тверджень. Теорема і її доведення в шкільному курсі математики. Приклади з досвіду роботи під час проходження педагогічної практики.
- Задачі в шкільному курсі математики. Функції задач у навчанні математики. Класифікація задач. Загальна схема розв'язання задач. Методичні основи навчання учнів розв'язуванню задач у курсі математики основної школи.
- Розвиток поняття про число в курсі математики основної школи. Мета та завдання вивчення натуральних чисел та дій над ними. Вимоги до математичної підготовки учнів.
- Методика вивчення дробових чисел і дій з ними. Вивчення звичайних дробів та десяткових дробів. Формування поняття раціонального числа в курсі математики 5-6 класів.
- Вирази та їх перетворення у курсі алгебри основної школи. Мета та завдання вивчення змістової лінії «Вирази», формування основних понять. Вивчення тотожних перетворень цілих, раціональних та ірраціональних виразів.
- Вивчення змістової лінії «Функція» в шкільному курсі алгебри основної школи. Розвиток поняття функції. Загальна методична схема вивчення окремих видів функцій.
- Рівняння в курсі алгебри основної школи. Особливості розвитку змістової лінії «Рівняння і нерівності», наприкладі, методики вивчення різних видів та методів розв'язування рівнянь та їх систем.
- Нерівності в курсі алгебри основної школи. Особливості розширення змістової лінії «Рівняння і нерівності», наприкладі, методики вивчення різних видів та методів розв'язування нерівностей та їх систем.
- Головна лінія курсу геометрії основної школи – геометричні фігури та їхні властивості. Особливості методики вивчення планіметричних фігур та вимоги до підготовки учнів.

- Методика навчання теми «Трикутники. Ознаки рівності трикутників». Методика формування нових понять теми та навчання учнів розв'язуванню задач.
- Поняття вектора, координат у математиці. «Координати і вектори» як змістова лінія шкільного курсу планіметрії: мета вивчення, зміст, вимоги до підготовки учнів; особливості вивчення на різних етапах навчання.
- Геометричні побудови в шкільному курсі математики. Історичні задачі на побудову. Найпростіші задачі на побудову. Методика навчання учнів розв'язувати задачі на побудову. Формування в учнів умінь виконувати геометричні побудови на різних етапах навчання.

Структура екзаменаційного білета

У екзаменаційному білеті міститься три теоретичних питання: одне з першої, друге – з другої, третє – з третьої частин. Питання з другої частини програми вимагає обґрунтованого викладу, доведення основних теорем, властивостей, формул і т. ін. До кожного білету пропонується дві задачі з різних розділів математики та методики навчання математики.

Час на підготовку та форми відповідей

На підготовку відповідей екзаменаційного білету та розв'язування задач відводиться в цілому 2 години. Відповіді та розв'язання задач оформляються у вигляді письмової екзаменаційної роботи. Після підготовки кожне питання білету здобувач доповідає біля дошки, супроводжуючи необхідними записами. Розв'язання задач перевіряють у письмовій роботі члени комісії. За необхідності здобувачу пропонують пояснити важливі моменти розв'язання на дошці. Додаткові запитання екзаменаторів фіксуються у протоколі. Їх кількість не перевищує 2-3, вони можуть стосуватися як білету, так і бути з інших розділів математики чи методики навчання математики. Додаткові запитання передбачають коротку письмову або усну відповідь (формулювання теореми, означення, запис формули і т. п.), можуть мати уточнювальний характер. Під час відповіді на запитання здобувач має право користуватися власними записами, зробленими під час підготовки.

Критерії оцінювання

Повна обґрунтована правильна відповідь на кожне з трьох теоретичних питань білету та правильно розв'язані, з усіма необхідними викладками, задачі оцінюються у 18 балів. Ще 10 балами оцінюються правильні відповіді на додаткові запитання.

Політика щодо академічної доброчесності під час атестаційного іспиту

Під час складання бакалаврського іспиту заборонено використовувати літературні джерела, в тому числі розміщені у мережі Інтернет; допоміжні матеріали, довідники, конспекти, в тому числі в електронній формі; користуватися мобільним телефоном, планшетом, ноутбуком та іншими засобами зв'язку та гаджетами; використовувати для обчислень програмне забезпечення. При виконанні завдань слід дотримуватися принципів академічної доброчесності, розв'язувати задачі самостійно, без допомоги сторонніх осіб.

Затверджено вченою радою факультету інформаційних технологій і математики. Протокол № 3 від 28.10.2022 року.