

## Олімпіада з алгебри 2026

1. Чи є простим число  $10101010\cdots101$ , у десятковому записі якого 2026 одиниць? Відповідь обґрунтуйте.
2. Графік функції  $f(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 + 3x - 2026$  перетинається прямою в чотирьох точках. Абсциси двох точок перетину дорівнюють  $a - 2$  та  $1 - a$ . Знайдіть суму кубів абсцис двох інших точок перетину.
3. Доведіть, що з п'яти цілих чисел завжди можна вибрати два таких числа, різниця квадратів яких ділиться на 7.
4. Обчисліть визначник матриці  $A = (a_{ij})_{i=1, j=1}^{n, n}$   $n$ -ого порядку ( $n \in \mathbf{N}$ ), якщо її елементи задовольняють рівність  $a_{ij} = |i - j|$ .
5. Знайдіть останню цифру у десятковому записі числа, що є «баштою» із 2026 сімок:

$$7^{7^{7^{\cdots 7}}}$$

## Олімпіада з алгебри 2026

1. Чи є простим число  $10101010\cdots101$ , у десятковому записі якого 2026 одиниць? Відповідь обґрунтуйте.
2. Графік функції  $f(x) = x^4 + x^3 - 6x^2 + 3x - 2026$  перетинається прямою в чотирьох точках. Абсциси двох точок перетину дорівнюють  $a - 2$  та  $1 - a$ . Знайдіть суму кубів абсцис двох інших точок перетину.
3. Доведіть, що з п'яти цілих чисел завжди можна вибрати два таких числа, різниця квадратів яких ділиться на 7.
4. Обчисліть визначник матриці  $A = (a_{ij})_{i=1, j=1}^{n, n}$   $n$ -ого порядку ( $n \in \mathbf{N}$ ), якщо її елементи задовольняють рівність  $a_{ij} = |i - j|$ .
5. Знайдіть останню цифру у десятковому записі числа, що є «баштою» із 2026 сімок:

$$7^{7^{7^{\cdots 7}}}$$