

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Волинський національний університет імені Лесі Українки
Факультет інформаційних технологій і математики
Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

нормативного освітнього компонента

ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ

(назва освітнього компонента)

підготовки

бакалавра

(назва освітнього рівня)

спеціальності

014 Середня освіта (Математика)

(шифр і назва спеціальності)

освітньо-професійної програми Середня освіта. Математика

(назва освітньо-професійної освітньо-наукової/освітньо-творчої програм)

Луцьк – 2022

Силабус навчальної дисципліни ДИФЕРЕНЦІАЛЬНА ГЕОМЕТРІЯ підготовки бакалавра, галузі знань 01 Освіта / Педагогіка, спеціальності 014 Середня освіта (Математика), за освітньою програмою Середня освіта. Математика

Розробник: Антонюк Оксана Петрівна, старший викладач

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми:

_____  (підпис)

(Швай О. Л.)

Силабус освітнього компонента затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу та статистики

протокол № 3 від 6 жовтня 2022 р.

Завідувач кафедри: _____  (підпис) (Федунік-Яремчук О.В.)

© Антонюк О.П., 2022 р.

I. Опис освітнього компонента

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, освітньо-професійна програма, освітній рівень	Характеристика освітнього компонента
Денна (очна) форма навчання	01 Освіта / Педагогіка, 014 Середня освіта (Математика), Середня освіта. Математика, перший (бакалаврський)	Нормативна
Кількість годин/кредитів 120/4		Рік навчання 2022-2023
		Семестр третій
		Лекції 40 год.
		Практичні (семінарські) 40 год.
ІНДЗ: є		Самостійна робота 32 год.
		Консультації 8 год.
		Форма контролю: екзамен
Мова навчання	українська	

II. Інформація про викладача

ППП	<u>Антонюк Оксана Петрівна</u>
Науковий ступінь	-
Вчене звання	-
Посада доцент	<u>старший викладач</u>
Контактна інформація	<u>Електронна адреса викладача:</u> Antoniuk.Oksana@vnu.edu.ua <u>Телефон:</u> 0955669181

Дні занять

Аудиторні заняття проводяться за розкладом:

<http://194.44.187.20/cgi-bin/timetable.cgi>

Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.

III. Опис освітнього компонента

1. Анотація курсу

Дисципліна «Диференціальна геометрія» належить до переліку нормативних навчальних дисциплін циклу професійної підготовки бакалаврів. Вона вивчає значно ширший клас геометричних об'єктів, ніж аналітична геометрія, причому дозволяє глибоко досліджувати їх властивості.

Дисципліна „Диференціальна геометрія” включає в себе основні питання класичної диференціальної геометрії. Цей розділ математики досліджує гладкі криві та поверхні тривимірного простору засобами математичного аналізу і диференціальних рівнянь. Це дозволяє розширити уявлення про масштаби застосування цих методів у геометрії. Крім

того, досліджуються питання інваріантності ряду введених понять, способи задання кривих і поверхонь, внутрішня геометрія поверхонь.

На заняттях розв'язуватимуться вправи, які продемонструють широкі можливості практичних застосувань різних властивостей геометричних об'єктів, а також дозволять їх засвоїти на більш високому рівні.

2. Пререквізити (попередні курси, на яких базується вивчення освітнього компонента).

Основні поняття та методи диференційного числення, що вивчаються в курсі математичного аналізу; диференціальні рівняння, аналітична геометрія, лінійна та векторна алгебра. А також курс елементарної математики, зокрема, тригонометрії.

Постреквізити (освітні компоненти, для вивчення яких потрібні знання, уміння і навички, що здобуваються після закінчення вивчення даного освітнього компонента).

Знання, отримані в процесі засвоєння курсу, дозволять застосовувати методи диференціальної геометрії при розв'язанні різноманітних математичних задач, адже геометричними та топологічними структурами насичені майже всі розділи математики. Перш за все це задачі математичного аналізу та функціонального аналізу.

Прямі зв'язки дисципліна має з курсом неевклідової геометрії, зокрема ріманової геометрії; рівняннями математичної фізики; варіаційним численням. Також здобуті знання можуть допомогти при вивченні курсів ОК19 «Практикум розв'язування задач шкільного курсу математики», ОК24 «Практикум розв'язування задач на побудову та стереометричних задач».

3. Мета і завдання освітнього компонента.

Основною метою вивчення курсу „Диференціальна геометрія” є глибоке засвоєння основних понять, положень і методів диференціального числення для дослідження геометричних об'єктів (ліній та поверхонь) в нескінченно малому околі; напрацювання навичок дослідження властивостей геометричних об'єктів з допомогою математичного аналізу.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Диференціальна геометрія» є формування у студентів базових понять диференціальної геометрії, розвиток абстрактного мислення та просторової уяви, вивчення нових методів дослідження геометричних образів, необхідних для подальшого успішного вивчення інших фізико-математичних дисциплін та їх прикладного застосування; а також формування особистості, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції, формування таких загальних та спеціальних компетентностей:

ЗК-4. Здатність до прийняття ефективних рішень у професійній діяльності та відповідального ставлення до обов'язків, мотивування людей до досягнення спільної мети (лідерська компетентність).

ЗК-5. Здатність до генерування нових ідей, виявлення та розв'язання проблем, ініціативності та підприємливості (підприємницька компетентність).

ЗК-8. Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.

ЗК-9. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК-10. Здатність використовувати в професійній діяльності базові знання з галузей математичних, природничих, соціальногуманітарних та економічних наук.

ЗК-11. Здатність використовувати стандартні прийоми та методи математичних досліджень, проявляти творчий підхід, ініціативу.

ЗК-12. Здатність застосовувати професійні математичні знання й уміння на практиці

СК-1. Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

СК-2. Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово, а також розуміти математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі.

СК-3. Здатність розуміти міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей та технічних викладок.

СК-4. Здатність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики.

СК-5. Здатність до аналізу основ і властивостей існуючих математичних структур та розуміння переваг тих чи інших математичних підходів, у тому числі до оцінки їх обґрунтованості й ефективності.

СК-6. Здатність пояснювати в математичних термінах результати, отримані під час розрахунків.

СК-8. Здатність використовувати знання наукових фактів, концепцій, теорій, принципів і методів у практиці навчання математики в базовій середній школі.

СК-9. Здатність розв'язувати задачі шкільного курсу математики різного рівня складності та формувати відповідні вміння учнів.

4. Результати навчання (Компетентності).

Вивчення диференціальної геометрії сприяє тому, що здобувачі будуть:

ПРН-1. Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці.

ПРН-3. Знати принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень.

ПРН-4. Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

ПРН-6. Знати методи математичного моделювання природничих та / або соціальних процесів.

ПРН-13. Володіти методами аналітичної та диференціальної геометрії.

5. Структура освітнього компонента.

Назви змістових модулів і тем	Усього	Лек.	Практ.	Сам. роб.	Конс.	Форма контролю* / бали
Змістовий модуль 1. Теорія просторових кривих						
Тема 1. <i>Поняття кривої у просторі. Дотична до кривої.</i>	10	4	4	2		РЗ/2
Тема 2. <i>Супровідний тригранник. Формули Френе.</i>	7	2	2	2	1	РЗ/3
Тема 3. <i>Кривина та скрут кривої.</i>	6	2	2	1	1	РЗ/3
Тема 4. <i>Дотикання кривої з поверхнею. Стичні поверхні.</i>	5	2	2	1		РЗ/2
Разом за змістовим модулем 1	28	10	10	6	2	10

Змістовий модуль 2. Теорія плоских кривих						
Тема 5. Будова плоскої кривої в околі звичайної точки.	7	2	2	2	1	P3/2
Тема 6. Дотикання плоских кривих. Стичні криві.	5	2	2	1		P3/2
Тема 7. Обвідна сім'ї кривих. Еволюта, евольвента кривої.	5	2	2	1		P3/3
Тема 8. Класифікація особливих точок. Дослідження плоскої кривої в околі особливої точки	11	4	4	2	1	P3/3
Разом за змістовим модулем 2	28	10	10	6	2	10
Змістовий модуль 3. Теорія поверхонь						
Тема 9. Основні рівняння теорії поверхонь.	17	4	8	4	1	
Тема 10. Основні інваріанти та інваріантні лінії на поверхні.	19	8	6	4	1	
Тема 11. Внутрішня геометрія поверхні.	15	4	4	6	1	
Тема 12. Окремі питання загальної теорії поверхонь.	13	4	2	6	4	
Разом за змістовим модулем 3	64	20	20	20	8	10
Види підсумкових робіт						
Модульна контрольна робота за ЗМ1						10
Модульна контрольна робота за ЗМ2						10
Колоквіум за ЗМ1 та ЗМ2						10
Модульна контрольна робота за ЗМ3						20
Колоквіум за ЗМ3						10
ІНДЗ						15
Всього годин /балів	120	40	40	32	8	100

Методи контролю*: РЗ – розв’язування задач, ІНДЗ – індивідуальне завдання/індивідуальна робота здобувача освіти, МКР – модульна контрольна робота.

6. Завдання для самостійного опрацювання.

Передбачається виконання індивідуальних завдань. Варіант ІНДЗ включає себе набір завдань, що охоплюють одну або кілька близьких тем. Застосовуються як вправи практичного характеру, так і на доведення чи дослідження властивостей ліній та поверхонь. Крім того, ряд теоретичних питань виноситься на самостійне опрацювання студентами за запропонованою студентам літературою.

IV. Політика оцінювання

Оцінювання навчальних досягнень з диференціальної геометрії здійснюється згідно «Положення про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів вищої освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/GNUonHt>) за 100 бальною шкалою. Оцінка включає в себе поточний контроль (бали нараховуються за кожен змістовий модуль, куди входять бали за самостійну підготовку до практичних занять, робота на парах; а також за виконання двох ІНДЗ) та підсумковий модульний контроль (письмові модульні контрольні роботи та колоквіуми). Колоквіум передбачає перевірку знання теоретичних питань (з доведенням), які викладені під час лекцій чи винесені на самостійне опрацювання. Максимальна кількість балів, яку може заробити студент під час поточного оцінювання за семестр – 40 балів. Підсумковий модульний контроль за семестр включає в себе оцінки за всі модульні контрольні роботи та колоквіуми. Максимальна кількість балів, яку може заробити студент під час модульного контролю складає 60 балів. Призери студентської математичної олімпіади можуть отримати додаткові бали за правильне розв'язання задач з диференціальної геометрії на олімпіаді. Ці бали враховують у поточне оцінювання.

Підсумкова семестрова оцінка може виставлятися без складання екзамену за результатами поточного і модульного контролю, якщо студент успішно виконав усі завдання, передбачені силабусом, набрав при цьому не менше 75 балів і погоджується із цим результатом. Така оцінка виставляється в день проведення екзамену в присутності здобувача освіти. Якщо здобувач освіти бажає підвищити рейтинг, то він складає екзамен.

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно «Положення про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки» (<http://surl.li/nrtv>).

Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://cutt.ly/KNUhX5f>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/YNUjtIT>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки; підтримувати атмосферу відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття, списування, користування мобільним телефоном чи ноутбуком під час заняття. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу.

Визнання результатів навчання з диференціальної геометрії, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «Положення про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у ВНУ імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення студента з іншого навчального закладу; під час поновлення студента на навчання до ВНУ імені Лесі Українки; за результатами навчання в рамках програм академічної мобільності, програм «Подвійний диплом», під час здобуття студентом ступеня вищої освіти у двох і більше навчальних закладах або ОПП.

Підстава для визнання результатів навчання – це надана студентом академічна довідка, завірена у встановленому порядку, індивідуальний навчальний план (залікова книжка) студента або додаток до диплому про попередню освіту. Рішення щодо зарахування

залікових кредитів, отриманих у формальній освіті, приймає створена розпорядженням декана Предметна комісія.

Політика щодо академічної доброчесності

Кожен студент повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/8NUhbbhB>), дотримуватись визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перекладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання.

Подання оформлених результатів виконання ІНДЗ можливе у письмовій формі чи з допомогою Viber чи електронної пошти (якщо студент не може подати у встановлені терміни письмову версію звіту). При виникненні запитань щодо навчального матеріалу чи виконання передбачених силабусом завдань, можна з'ясувати незрозуміле під час консультацій. Несвоєчасне звітування про виконану роботу чи написання модульних контрольних робіт чи колоквиумів можливе за наявності документального підтвердження стану здоров'я.

Заборгованість із модуля повинна бути ліквідована студентом до початку підсумкового контролю з наступного модуля. Кінцевий термін ліквідації заборгованості з модульного контролю обмежується початком заліково-екзаменаційної сесії.

Перекладання модульних контрольних робіт заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

V. Підсумковий контроль

Екзамени проходять у письмовій формі. На іспит виносяться основні питання, типові завдання, що потребують умінь синтезувати отриманні знання і застосовувати їх під час розв'язання практичних задач.

У кожному екзаменаційному білеті міститься по два теоретичних питання, а також практичні вправи. Максимальна кількість балів, яку можна отримати на екзамені – 60 балів. Вони замінюють бали модульного семестрового контролю, а оцінка за поточний семестровий контроль при цьому зберігається. Оцінювання за семестр у випадку складання екзамену є сумою балів поточного контролю та балів, отриманих під час іспиту.

Повторне складання екзамену допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету.

Перелік екзаменаційних питань

1. Поняття кривої у просторі. Способи аналітичного задання.

2. Вектор-функція скалярного аргумента. Властивості. Поняття границі, похідної. Диференціювання вектор-функції.
3. Дотична до кривої.
4. Довжина дуги кривої.
5. Супровідний тригранник лінії. Визначення елементів.
6. Формули Френе.
7. Кривина кривої. Геометричний зміст.
8. Скрут кривої. Геометричний зміст модуля і знаку скруту.
9. Дотикання кривої з поверхнею.
10. Стичні поверхні. Приклади.
11. Криві на площині. Способи задання. Основні поняття.
12. Будова кривої в околі звичайної точки.
13. Дотикання плоских кривих.
14. Стичні криві.
15. Обвідна однопараметричної сім'ї плоских кривих.
16. Еволюта та евольвенти плоскої кривої.
17. Будова кривої поблизу особливих точок.
18. Поняття поверхні. Способи аналітичного задання.
19. Дотична площина і нормаль до поверхні.
20. Перша квадратична форма поверхні. Довжина дуги кривої на поверхні. Кут між лініями на поверхні. Площа області на поверхні.
21. Друга квадратична форма поверхні. Геометричний зміст.
22. Кривина кривої на поверхні. Нормальна кривина.
23. Теорема Менсьє.
24. Індикатриса Дюпена. Класифікація точок на поверхні.
25. Спряжені напрями на поверхні. Спряжені сітки.
26. Головні напрями на поверхні. Лінії кривини.
27. Асимптотичні напрями на поверхні. Асимптотичні лінії.
28. Головні кривини на поверхні. Рівняння для обчислення.
29. Повна і середня кривини поверхні. Поверхні сталої кривини.
30. Внутрішня геометрія поверхні. Дериваційні формули Гаусса.
31. Геодезична кривина кривої на поверхні.
32. Геодезичні лінії на поверхні.
33. Гуссова кривина поверхні - інваріант внутрішньої геометрії.
34. Теорема Гаусса-Бонне.
35. Конформні відображення поверхонь.
36. Проекція Меркатора.
37. Стереографічна проекція.

VI. Шкала оцінювання

Шкала оцінювання знань здобувачів освіти

Оцінка в балах	Лінгвістична оцінка	Оцінка за шкалою ECTS	
		оцінка	пояснення
90–100	Відмінно	A	відмінне виконання
82–89	Дуже добре	B	вище середнього рівня
75–81	Добре	C	загалом хороша робота

67–74	Задовільно	D	непогано
60–66	Достатньо	E	виконання відповідає мінімальним критеріям
1–59	Незадовільно	Fx	Необхідне перескладання

VI. Рекомендована література та інтернет-ресурси

МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

1. Ілляшенко В. Я., Антонюк О.П. Диференціальна геометрія: навч.-методич. посіб. Луцьк: Вежа-Друк, 2020. 172 с. *Гриф «Рекомендовано до друку вченою радою Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки» (Протокол №8 від 23.06.2020 р.).*

2. Ілляшенко В. Я., Кремінь В.М. Методичні рекомендації до вивчення диференціальної геометрії для студентів спеціальності «Математика» Луцьк: РВВ «Вежа» ВДУ ім. Лесі Українки, 2004. 92 с.

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Борисенко О. А. Диференціальна геометрія і топологія. Х.: Основа, 1995. 304 с.
2. Величко І. Г., Гургенідзе М. О., Стеганцева П. Г. Диференціальна геометрія кривих та поверхонь: Навчально-методичний посібник до індивідуальної та самостійної роботи для студентів II курсу математичного факультету. Запоріжжя: ЗНУ, 2009. 76 с.
3. Городецький В.В., Мартинюк О.В. Диференціальна геометрія в теоремах і задачах. Чернівці: Книги ХХІ, 2009. 395 с.
4. Курбатова І.М. Диференціальна геометрія. Частина I: Метод. посіб. для студентів напряму підготовки 111 «Математика» Одеса: Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, 2020. 66 с.
5. Міхлін Ю. В., Кириллова Н. О., Морачковська І. О. Елементи диференціальної геометрії : навчальн. посіб. Харків : НТУ «ХПІ», 2020. 44 с.
6. Пришляк О. О. Диференціальна геометрія. Курс лекцій. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2004. 68 с.
7. Трохименко В.С. Конспект лекцій з диференціальної геометрії і топології. Вінницький держ. педуніверситет. Вінниця, 2009. 68 с.
8. Франовський А. Ц., Карплюк С. О. Диференціальна геометрія : Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2013. 188 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

1. Бокало Б. М., Гуран І. Й., Зарічний М. М. Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології. К. ІСФО, 1994.
2. Гуран І. Й., Зарічний М. М., Диференціальна геометрія і топологія. К. НВК ВО, 1991.
3. Joel W. Robbin, Dietmar A. Salamon, Introduction to Differential Geometry. ETH Zürich, 2020. URL: <https://people.math.ethz.ch/~salamon/PREPRINTS/diffgeo.pdf> .
4. Kristopher Tapp. Differential Geometry of Curves and Surfaces. Springer, Undergraduate Texts in Mathematics. 2016. 374 p.